作业反馈 习题二

⋆ 第八题

大部分同学都做对了，中心思想就是将集合A分划成可列个集合$\{A_1, A_2, ...\}$的并，再利用反证法证明A_k是有限集，这种分划的做法在证明集合可列中经常用到，包括下面的第九题。
类似的有：设$A \in (0,1)$是无限集，若从A中任意选取的一列互不相等的数$\{x_n\}$，级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}$都收敛，证明$A$是可数集。

⋆ 第九题

许多同学没有弄清楚所要求证命题的主体，"有限子集的全体"是"集合的集合"的形式而并非是"对有限子集取并"。本题用幂集的形式去表述"有限子集的全体"会比较方便和清楚，幂集的定义和表述见课本。

⋆ 第十、十一、十二题

第十、第十一题的方法类似，都是要通过构造要证明的集合和已知的可列集存在一一对应的关系，从而去证明一个结合是可列集。同学们的思想基本是正确的，但在表达上不够清晰。这种题目最好的表述方式如下：已知B是可列集，构造映射

$$f : A \to B$$
$$a \mapsto b$$

然后去证明A和B是一一对应，或者A和B的一个子集是一一对应的。这里有两点需要注意，第一要明确写出映射的作用形式，即集合元素的对应方式；第二，要注意保证映射是一一对应的。

证明一个集合是可列集的技巧（考试必考）：1、将所需证明的集合表示成可列集的并；2、利用已知的可列集，如N,Q,构造所需证明的集合与已知的可列集或其子集的一一对应的映射；3、可列集的笛卡尔积也是可列集，如$Q \times Q$

⋆ 第十四题

(1) 构造方法与课本定理1.11一致。(2) 许多同学把原点给忽略了。

⋆ 第十五题

注意A与$\{(x, y, r) : r > 0\} \subset \mathbb{R}^3$一一对应，主要问题有二：(1) 少考虑了$x, y$；(2)忽略了$r>0$。

⋆ 第十六题

基本都做对了，$B_n = A_n - \bigcup\limits_{i=1}^{n-1} A_n, n \geq 2$是将相交并转化成不相交并的常见方法，希望同学们记住。

⋆ 第十七题

许多同学在证明$\mathcal{F}$对可列并封闭的时候少考虑了一种情况，即$\{A_1, A_2, ...\}$中一部分集合是可数的，一部分集合是不可数的。
类似的题有：
证明: $\mathcal{F} = \{A \subset \mathbb{R}^1 : A \subset \mathbb{Q} \text{ or } A^c \subset \mathbb{Q}\}$ 是$\mathbb{R}^1$上的σ−代数。